APRIL/MAY 2025

23UEMA20C — MATHEMATICS – II

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.



1. Define divergence of F.

   விரிதல் F யை வரையறுக்கவும்.

2. Prove that $\nabla . r = 3$.

   $\nabla . r = 3$ என நிரூபிக்கவும்.

3. State Stoke's theorem.

   ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தை எழுதவும்.

4. Show that $\iint_S r.n\,ds = 3V$, where V is the volume enclosed by S and r is the position vector.

   V என்பது S ஆல் இணைக்கப்பட்ட பகுதியின் கன அளவு மற்றும் r என்பது நிலை வெக்டர் எனில் $\iint_S r.n\,ds = 3V$ என நிரூபிக்கவும்.

5. Define complete integral.

முழு தொகையீடலை வரையறுக்கவும்.

6. Eliminate a and b from $z=(x+a)(y+b)$.

$z=(x+a)(y+b)$-இல் a மற்றும் b யை நீக்கவும்.

7. Define Laplace transform.

லேப்லாஸ் உருமாற்றத்தை வரையறுக்கவும்.

8. Find $L\left(t^2+2t+3\right)$.

$L\left(t^2+2t+3\right)$ ன் மதிப்பைக் காண்க.



9. Find $L^{-1}\left[\frac{1}{s^2+a^2}\right]$.

$L^{-1}\left[\frac{1}{s^2+a^2}\right]$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

10. If $L[f(t)]=F(s)$, prove that $L[f(at)]=\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$.

$L[f(t)]=F(s)$ எனில் $L[f(at)]=\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$ என நிரூபிக்கவும்.

17. Evaluate $\int_c (x^2+y^2+z^2)ds$, where c is the arc of the circular helix $x=3\cos t, y=3\sin t, z=4t$ from $A(3, 0, 0)$ to $B(3, 0, 8\pi)$.

c என்பது $A(3, 0, 0)$ லிருந்து $B(3, 0, 8\pi)$ வரையில் உள்ள வட்ட சுருள் $x=3\cos t, y=3\sin t, z=4t$ எனில் $\int_c (x^2+y^2+z^2)ds$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

18. Solve

(a) $q = xp + p^2$

(b) $p = y^2 q^2$

பின்வரும் சமன்பாட்டை தீர்க்கவும் :

(அ) $q = xp + p^2$

(ஆ) $p = y^2 q^2$

19. Find $L(\cos at)$ and $L(\sin at)$.

$L(\cos at)$ மற்றும் $L(\sin at)$ மதிப்புகளைக் காணவும்.

20. Solve the equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{3x}$.

$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{3x}$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

Industries Arts & Science College T.V.Malai

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) If $v = w \times r$ prove that $w = \frac{1}{2} curl\ v$, where w is a constant vector and r the position vector.

$v = w \times r$, w என்பது மாறிலி வெக்டர் மற்றும் r என்பது நிலை வெக்டர் எனில் $w = \frac{1}{2} curl$ என நிரூபிக்கவும்.

Or

(b) Find $div(curl\ F)$.

$div(curl\ F)$ யை காண்க.

12. (a) Evaluate $\iiint_V \nabla . F\, dV$, where $F = x^2 i + y^2 j + z^2 k$ and V is the volume enclosed by the cube $0 \le x, y, z \le 1$.

$F = x^2 i + y^2 j + z^2 k$ மற்றும் V என்பது $0 \le x, y, z \le 1$ என்ற கனசதுரத்தால் சூழப்பட்ட பகுதியின் கனஅளவு எனில் $\iiint_V \nabla . F\, dV$ மதிப்பு காண்க.

Or

(b) Evaluate $\iint_S n.curl\, V\, ds$ over the upper half of the hemisphere of radius a, centre origin, if $v = i2y - jx + kz$.

$v = i2y - jx + kz$ மற்றும் a ஆரம் கொண்ட அரைக்கோளத்தில் மேல் பாதியினில் $\iint_S n.curl\, V\, ds$ ன் மதிப்பைக் காணவும்.

13. (a) Eliminate the arbitrary functions f and ϕ from the relation $z = f(x+ay) + \phi(x-ay)$.

$z = f(x+ay) + \phi(x-ay)$ என்ற தொடர்பில் தன்னிச்சையான சார்புகள் f மற்றும் ϕ யை நீக்குக.

Or

(b) Solve $x\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + y + 3z$.

$x\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + y + 3z$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

14. (a) Find $L(\sin^2 2t)$.

$L(\sin^2 2t)$ மதிப்பைக் காண்க.

Or

(b) Find $L(t \sin at)$.

$L(t \sin at)$ மதிப்பைக் காண்க.

15. (a) Find $L^{-1}\left[\frac{s}{(s+3)^2+4}\right]$.

$L^{-1}\left[\frac{s}{(s+3)^2+4}\right]$ மதிப்பைக் காண்க.

Or

(b) Find $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)(s^2+2s+2)}\right]$.

$L^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)(s^2+2s+2)}\right]$ மதிப்பைக் காண்க.

Shanmuga Industries Arts & Science College ★ T.V.Malai

SECTION C — $(3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. Compute the divergence and curl of the vector $F = xyzi + 3x^2yj + (xz^2 - y^2z)k$ at $(1, 2, -1)$.

$F = xyzi + 3x^2yj + (xz^2 - y^2z)k$ க்கு $(1, 2, -1)$ என்ற புள்ளி வழியாக செல்லும் விரிதல் மற்றும் சுருள் வெக்டர் மதிப்புகளைக் காண்க.